

Loi binomiale et forum.

Ci-dessous copie de l'exercice proposé sur un forum d'aide aux Mathématiques qui m'a donné l'occasion d'écrire ce papier.

Lors de la fabrication de purée de fruits en bocaux, on trouve en moyenne 5 bocaux mal sertis par palette de 50 bocaux

Soit X le nombre de bocaux défectueux.

Calculer les probabilités:

- *il n'y a aucun bocal défectueux dans la palette*
- *il y a au moins 5 bocaux défectueux dans la palette*
- *il y a entre 5 et 10 bocaux défectueux sur la palette*

On s'attend naturellement à une application brutale de la loi binomiale.

Le nombre moyen de bocaux mal sertis est 5 pour 50 bocaux, donc une proportion de 1/10. Une petite recherche dans différents documents permet de dire que ceci suit une loi Binomiale $\mathcal{B}(50; 0.1)$. La documentation indique que la variance est $\text{var}(X)=np(1-p)$, c'est à dire $50*0.1*0.9=4.5$, soit un écart-type ~ 2.12 .

Elle précise ensuite que l'on peut, pour différents calculs, trouver les résultats approximatifs avec la loi de Poisson ou la loi Normale.

Dans le cas présent, le contexte donné dans l'exercice est bien concret : il s'agit de fabrication de produits alimentaires. Un bocal mal serti est un bocal à jeter. Une perte de 10%, cela paraît énorme, et en tout cas inacceptable dans ce contexte.

Comment interpréter cela ?

L'interprétation des correcteurs dans les forum est celle de la loi binomiale :

Il doit y avoir d'autres informations dans l'énoncé (du type équiprobabilité pour chaque bocal d'être mal serti et rangement aléatoire des bocaux sur les palettes...), de sorte qu'on ait un processus de Bernoulli de probabilité de succès $p=5/50$, répété 50 fois, et donc X qui suit $B(n=50, p=0.1)$.

Le reste c'est du simple calcul à partir de la loi binomiale.

On peut supposer qu'au niveau BTS, on demande aux élèves de réfléchir. Lorsqu'un élève demande de l'aide sur un tel forum, on peut espérer que les correcteurs répondent des choses crédibles et ne se limitent pas à appliquer une formule alors que les hypothèses ne sont pas données.

On peut imaginer plusieurs façon d'obtenir une moyenne de 5 bocaux mal sertis sur 50 (pour simplification je suppose la moyenne calculée sur 10 palettes)

- a) 5 5 5 5 5 5 5 5 5 ; c'est à dire toutes les palettes ont 5 bocaux mal sertis,
- b) 0 0 0 0 10 10 10 10 10 ; c'est à dire sur une palette sur 2 on a 10 bocaux mal sertis,
- c) 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ; c'est à dire le nombre de bocaux mal sertis est uniformément réparti,
- d) 2 3 3 4 5 5 6 6 7 9 ; c'est à dire le nombre de bocaux mal sertis est réparti suivant la loi normale.

Pour une liste du type a) on peut conclure que une sertisseuse sur 10 est en panne.

Pour une liste du type b) on peut conclure que une sertisseuse sur 20 est en panne.

Un résultat de type c) est impossible à obtenir. Si c'est le cas, il y a tricherie.

Pour une liste du type d) on peut conclure que l'ensemble des sertisseuses est usé, ou mal réglé.

Dans le cas des listes type a) ou b), il s'agit de "défaut systématique", dans le cas de liste type d), il s'agit de "défaut accidentel".

Surtout dans un contexte aussi concret que les probabilités et statistiques, les professeurs, sauf s'ils recherchent à proposer un exercice "piège", devraient s'interdire à proposer des énoncés non réalistes. De même, les correcteurs des forums devraient conseiller les élèves avec bon sens et non se limiter à donner la "formule à appliquer".