

Banalisation des probabilités.

Dans les cours et exercices de mathématiques, on constate que les probabilités servent d'argument pour beaucoup de choses, et souvent n'importe quoi. Voir l'article "Une application de la loi normale" http://www.dlzlogic.com/aides/Application_loi_normale.pdf

Ci dessous un autre énoncé d'exercice qui demande réflexion.

Énoncé :

Soit $(X_n)_{n \geq 1}$ une suite de variables aléatoires discrètes distribuées selon la même loi uniforme sur l'ensemble $X_n(\Omega) = \{0, 1/n, \dots, (n-1)/n, 1\}$.

Démontrer que la suite X_n converge en loi vers une variable aléatoire X .

Un membre de forum, incontournable pour ce type de sujet, a répondu :

Bizarre ce "la même loi uniforme" alors que les valeurs possibles changent. Je suppose que le "même" est largement de trop.

[...] Tu ne vois pas ce que donne $P(X_n) \leq 1/2$ pour n très grand ?

Essayons d'analyser les termes

"suite de variables aléatoires"

Le terme "suite" sous-entend une notion d'ordre, de rang d'apparition, par opposition au terme "série", beaucoup plus en accord avec le qualificatif "aléatoire". Le qualificatif "discrètes" confirme cela en ce sens que chaque variable est caractérisée par un numéro d'ordre, ou peut l'être.

"distribuée selon la même loi uniforme". Cela ne peut être compris que si la loi de distribution est du type $j=i+1$. En d'autres termes la variable prend les valeurs 1, 2, 3, ... n. On peut se demander où intervient la notion d'aléatoire qui définit la variable.

L'ensemble de définition X_n est l'intervalle $[0, 1]$. Il contient $n+1$ termes uniformément répartis. Si on multiplie tous ces termes par n , on obtient la suite des nombres entiers naturels de 0 à n .

Imaginons une modification de l'énoncé.

"Soit E l'ensemble des $n+1$ nombres réels défini par $m_i=i/n$ pour i appartenant à $[0, n]$. Soit X_i la variable aléatoire qui fait correspondre, pour tout i , un élément de E tel que $Y=E(X_i)$. Que peut-on dire de Y ?".