Une histoire de lampe.

Un industriel met au point un nouveau type de lampe. Il lui est indispensable d’indiquer la longévité de ces nouvelles ampoules électriques.

Comme tout le monde, ou presque, il sait que le modèle mathématique utilisé pour évaluer cela est une fonction exponentielle. C’est une loi de probabilité sans mémoire, sans vieillissement et sans usure. Il sait bien qu’une ampoule électrique n’a pas de mémoire, mais elle vieillit et s’use si l’on s’en sert, mais comme tout le monde, il va utiliser cette loi de probabilité.

Il se documente un peu et comprend que le principe est «la probabilité que le phénomène dure au moins $s + t$ heures sachant qu'il a déjà duré t heures sera la même que la probabilité de durer s heures à partir de sa mise en fonction initiale. En d'autres termes, le fait que le phénomène ait duré pendant t heures ne change rien à son espérance de vie à partir du temps t. » [Wikipédia]. Il en résulte qu’il existe un temps T tel que la moitié des lampes aura claqué avant ce temps T et l’autre moitié durera plus longtemps que ce temps T. Il est clair que la durée de vie moyenne arithmétiques µ des durées de vie lampes ne sera pas ce temps T, mais en lisant soigneusement la documentation il peut lire qu’il y a une relation précise entre ce temps T et la moyenne µ.
Notre industriel, curieux de nature, observe que tous les documents qu’il consulte sont d’accord entre eux et affichent la courbe correspondante qui a une très jolie forme de toboggan.

Maintenant qu’il connaît les bases, il lui faut déterminer la durée qu’il va indiquer sur l’emballage. Il n’imagine pas d’autre méthode que de prendre au hasard un certain nombre d’ampoules de sa production et de les laisser allumées jusqu’à ce qu’elle claquent, ce qui lui permettra de calculer un temps moyen de fonctionnement et qu’en déduire le temps T correspondant à la médiane.

Tout semble donc parfait, il a fabriqué son nouveau type d’ampoules et précisé la durée de 1/2 vie, comme c‘est l’usage.

Un de ses vieux amis est très intéressé par cette nouvelle ampoule et décide d’équiper ses ateliers, halls de magasin etc. Comme pour tout matériel, il doit prévoir le stock de remplacement. Le délai de fabrication et de livraison est de deux mois, il doit donc calculer le nombre d’ampoules à avoir en stock pour pouvoir remplacer les ampoules claquées.

Alors sa secrétaire, pas très forte en math, lui dit qu’il doit prévoir un nombre d’ampoules égal au nombre total d’ampoules de ses ateliers et hall de magasins, puisqu’il est très possible que ces ampoules claquent toutes entre deux dates de livraison. Heureusement le responsable du stock passe par là et lui explique que ce n’est pas possible qu’elles claquent toutes pendant cette période.
Pour lui montrer, il fait une petite simulation avec son langage informatique préféré. La simulation, outre les nombres correspondants, dessine la courbe des fréquence des nombres d’ampoules à changer par semaine. Et, oh surprise, la courbe affichée est une très jolie courbe en cloche. Le patron reconnaît immédiatement la courbe de Gauss dont on lui avait dit que c’était un cas particulier, et s’exclame « mais pourtant, il s’agit de la loi exponentielle ! Mes professeurs m’ont donc raconté des bêtises ! ».