Mesures de distance sur la terre à partir de coordonnées géographiques.

Jusqu'à l'apparition des satellites et des systèmes de localisation GPS, le seules bases de localisation étaient le géoïde et les étoiles. Etant donné la forme irrégulière et évidemment mal connue du géoïde et pour d'autres raisons, les "bases de localisation" ont été établies à partir de points fixes, visibles (clochers, châteaux d'eau).

Avec la localisation par GPS, la base de localisation est devenue unique et identique sur toute la surface du globe. Les coordonnées résultant d'une mesure GPS sont du type cartésien tridimensionnel. Ce système a une origine, le centre de la terre, trois axes, et un rapport d'échelle. En France métropolitaine, L'ellipsoïde utilisée est IAG GRS 1980, le système géodésique est WGS84. Même si les satellites constituent une base fixe et commune, les sept paramètres le coordonnées cartésiennes dépendent de l'ellipsoïde de référence.

Les différents systèmes de projection ont été rendus indispensable pour la représentation de la terre sur une surface plane, la carte, et pour l'homogénéité des calculs entre zones voisines.

A partir des observations des satellites, un GPS calcule la position dans un système cartésien tridimensionnel, et transforme les coordonnées XYZ en latitude, longitude et altitude.

Les divers calculs réalisés à partir de coordonnées géographiques, réservées autrefois aux observations géodésiques de premier ordre, redeviennent d'actualité, puisque les positionnements par coordonnées géographique précis sont devenus possibles et même courants.

Il y a deux valeurs fondamentales qui doivent pouvoir être calculées, la distance entre 2 points et l'azimut de la direction d'un point A vers un point B. Une application immédiate est le calcul de la distance d'un point P à un segment AB.

Tous les calculs sont faits suivant les géodésiques, c'est à dire des arcs de grand cercle.

Calcul de la distance entre 2 points. A(La,Ma) et B(Lb,Mb).
Notions préliminaires.
L'unité de mesure des longitudes et latitudes est généralement le degré. Il peut s'agir de degrés décimaux, de degrés et minutes décimales ou de degrés minutes et secondes.
Le rayon du grand axe de l'ellipsoïde et de l'applatissement dans le système WGS84 sont
  R0=6378137.00;
  f=1.0/298.257222101;
En un point considéré, le rayon R de l'ellipsoïde est très proche d'une valeur calculée en fonction de R0, f et la latitude. (voir annexe)

L'arc AB est donné par la formule suivante, dite formule fondamentale en trigonométrie sphérique. (Ma et Mb sont mesurés à partir de l'équateur)
ArcAB=acos(sin(Ma) sin(Mb) + cos(Ma) cos(Mb) cos(La-Lb))
Où La, Ma, Lb, Mb sont les longitudes et latitudes point A et B, en radians.
ArcAB est la longueur de l'arc AB, suivant la géodésique, en radians.
Pour obtenir la longueur en mètres, il faut multiplier par le rayon R.

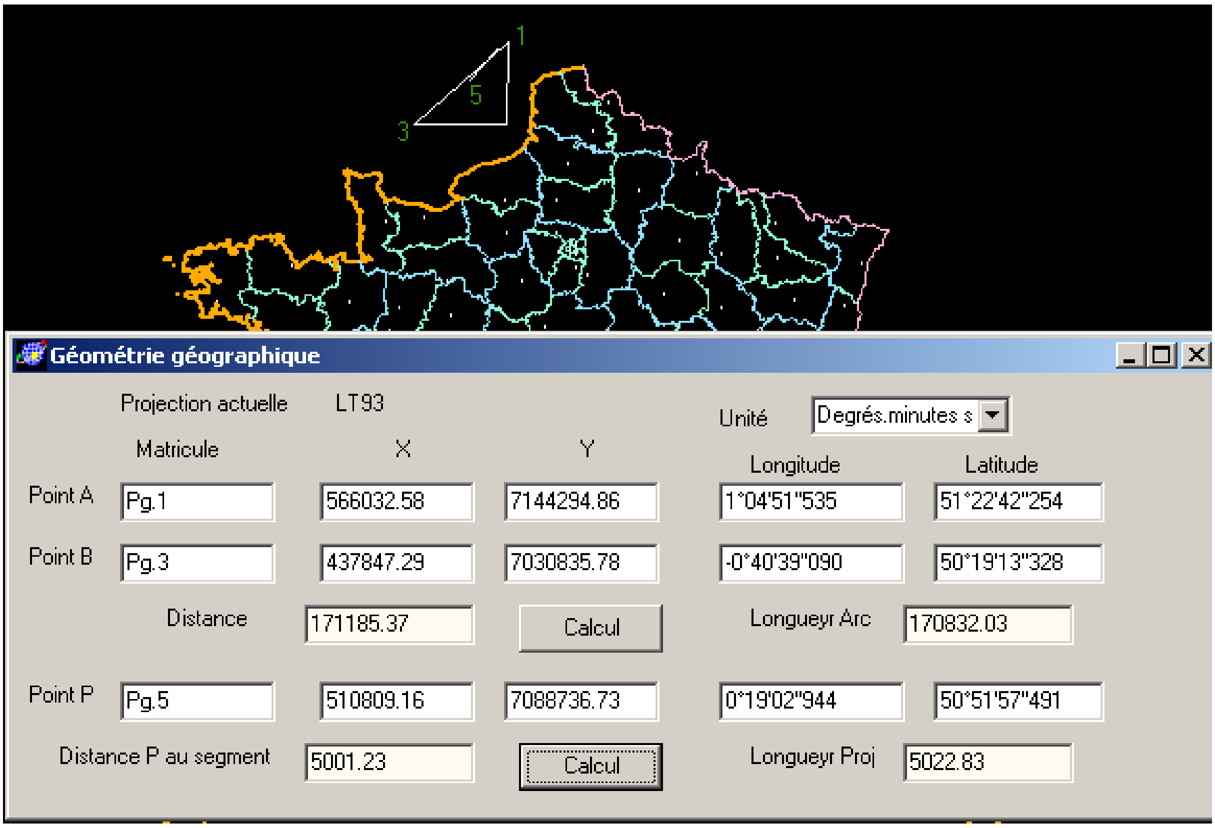
Calcul de l'azimut de A vers B. Il est bien évident que l'azimut de B vers A (Zba n'est pas égal à Zab + 200 grades.
Soit le triangle sphérique ABP, où P est le pôle.
La formule des sinus s'écrit
 Zab=asin(sin(Lb-La)   cos(Mb) / sin(ArcAB))
La et Lb sont les longitudes de A et B
Mb est la latitude de B
ArcAB est l'angle correspondant à AB, tel que calculé au paragraphe précédent.

Application : calcul de la distance d'un point M à l'arc AB.
Soit le triangle géodésique AHM, où H est le point appartenant à AB, le plus proche de M, c'est à dire que MH est la distance de M à AB.

La théorème de Legendre précise que le calcul d'un triangle sphérique peu étendu se ramène au calcul d'un triangle plan à condition de retrancher à chacun de ses angles le 1/3 de l'excès sphérique. Ce théorème est valable pour des triangles jusqu'à 200 Km de côté.
L'excès sphérique est $\varepsilon = 1/2\ bc \sin(A) / R^2$ en radians
b et c sont les côtés de l'angle A

L'angle A du triangle AMH est donc
$A = Zab - Zam - \varepsilon/3$
La longueur MH est donc
$Lmh = Lam * \sin(A)$
Où Lam est la longueur de l'arc AM en mètres, A l'angle A du triangle AM H

Ci dessous un image du calcul, avec en fond le dessin des limites administratives pour voir la localisation.



Annexe : routines de calcul

```
double TGeomGeo::LongRayon(double La, double Ma, double Lb,
double Mb )
{
// ce sont les paramètres de WGS84
  double R0=6378137.00;
  double f=1.0/298.257222101;
// Cette formule n'est peut-être pas très bonne ??
  double s=sin((Ma+Mb)*M_PI/400);  // sinus de la latitude
moyenne
  double e2=2.0*f - f*f;
  double s2=s*s;
  double R1=R0*((double)1.0 - e2)/pow(((double)1.0-
e2*s2),(double)(1.5));
  double R2=R0/sqrt(1.0-e2*s2);
  double RR=sqrt(R1 * R2);
  return RR;
}

double TgeomGeo::CalcAzimut(double La, double Ma, double Lb,
double Mb )
{
// Dans le triangle PAB où P est le pôle Nord
// relation des sin
/* Contrôle
fprintf(espion,"CalcAzimut   La=%f  Ma=%f   Lb=%f  Mb=%f
\n",La,Ma,Lb,Mb);
  double ArcAP=CalcArc(La,Ma,Lb,Mb); // radians
fprintf(espion,"dans CalcAzimut ArcAP=%f rad  ",ArcAP);
  double Rap=sin((Lb-La)*M_PI/200.0) / sin(ArcAP);
  double ZAP=asin(Rap*cos(Mb*M_PI/200.0)) * 200.0/M_PI;   //
en Grades
  if ((Lb-La) < 0 )  ZAP=200.0 – ZAP;
fprintf(espion,"  ZAP=%f g\n",ZAP);
*/
  double ArcAB=CalcArc(La,Ma,Lb,Mb); //en radians
//fprintf(espion,"CalcAzimut :: ArcAB=%frad\n",ArcAB);
  if (ArcAB != 0.0)
  {
    double Zab=asin(sin((Lb-La)*M_PI/200.0) *
cos(Mb*M_PI/200.0) / sin(ArcAB))*200.0/M_PI;
    if ((Lb-La) < 0.0) Zab=200.0-Zab;
    return Zab;
  }
  else return 0.0;
}

double TgeomGeo::CalcLongArc(double La, double Ma, double Lb,
double Mb )
```

```
{
  double Arc=CalcArc(La,Ma,Lb,Mb);
  double RR=LongRayon(La,Ma,Lb,Mb);
  return Arc * RR;
}

double TgeomGeo::CalcArc(double La, double Ma, double Lb,
double Mb )
{
//fprintf(espion,"\nCalcArc:: La=%f Ma=%f Lb=%f
Mb=%f\n",La,Ma,Lb,Mb);
   double Arc=acos(sin(Ma*M_PI/200.0)*sin(Mb*M_PI/200.0) +

cos(Ma*M_PI/200.0)*cos(Mb*M_PI/200.0)*cos((La-Lb)*M_PI/200));
// Longitide Greenwitch=0:  L
// Latitude Paris = 49° environ;
//fprintf(espion,"AB calculé =%f Longueur de
l'Arc=%f\n",AB,Larc);
   return Arc;
}
```

Nota:
Dans ces fonction, tous les angles ont été transformés en grades.

Les fonctions de transformation sont celles écrites par Eric **DAVID :** **vtopo@free.fr**

Programme Convers version 2.8

Des impressions intermédiaires, mises en commentaire, ont été laissées volontairement.